Ministerul Educației şi Cercetării
Serviciul Național de Evaluare şi Examinare

A 54-a Olimpiadă Națională de Matematică
Etapa județeană şi a Municipiului Bucureşti
8 martie 2003

CLASA A VII-A

Subiectul 1

Determinați mulțimile disjuncte B şi C ştiind că $B \cup C = \{1, 2, \ldots, 10\}$ şi produsul elementelor mulțimii B este egal cu suma elementelor mulțimii C.

Subiectul 2

în triunghiul dreptunghic $ABC\ (m(\angle A) = 90°)$, D este intersecția bisectoarei unghiului A cu latura (BC), iar P şi Q sunt proiecțiile punctului D pe laturile (AB), respectiv (AC). Dacă $BQ \cap DP = \{M\}$, $CP \cap DQ = \{N\}$, $BQ \cap CP = \{H\}$, arătați că:

a) $PM = DN$;
b) $MN \parallel BC$;
c) $AH \perp BC$.

Subiectul 3

Un grilaj pătrat este construit din $2n$ bare verticale şi $2n$ bare orizontale echidistante. Se vopsesc cu roşu n bare verticale şi n bare orizontale, restul barelor vopsindu-se cu negru. Determinați cel mai mic număr natural nenul n astfel încât, oricum am vopsi barele cu regula de mai sus, să existe un pătrat format din intersecția unor bare de aceeaşi culoare.

Subiectul 4

Fie ABC un triunghi oarecare. Fie B' simetricul lui B față de C, C' simetricul lui C față de A şi A' simetricul lui A față de B.

a) Demonstrați că aria triunghiului $AC'A'$ este dublul ariei triunghiului ABC.

b) Dacă ştergem punctele A, B, C, cum pot fi ele reconstituite? Justificați raționamentul.

Timp de lucru: 3 ore